

Defesa de Tese de Doutorado:

**Controle de Sistemas Multivariáveis
Incertos por Realimentação de Saída
e Modo Deslizante**

José Paulo Vilela Soares da Cunha¹

Orientadores: Liu Hsu & Ramon R. Costa

PEE/COPPE/UFRJ — Rio de Janeiro, 12 de março de 2004

¹DETEL/FEN/Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Sumário

1. Introdução
2. Formulação do Problema
3. Controle Vetorial Unitário
4. Aproximações por Filtros de Primeira Ordem
5. Parametrização MRAC & Equação do Erro
6. Controle de Sistemas Lineares
7. Controle de Sistemas Não-Lineares
8. Controle por Modo Deslizante Baseado em Observador
9. Conclusão

Introdução

Breve revisão :

- Estabilização por realimentação de saída e VSC
(Walcott & Žak, 1988)
(Emelyanov, Korovin, Nersisian & Nisenzon, 1992*a*)
(Oh & Khalil, 1995; Edwards & Spurgeon, 1998)
- Modelo de referência para sistemas lineares
SISO : (Hsu & Costa, 1989; Hsu, Araújo & Costa, 1994)
MIMO : (Tao & Ioannou, 1989; Chien, Sun, Wu & Fu, 1996)
- Modelo de referência para sistemas não-lineares
SISO : (Oh & Khalil, 1997, observador de alto ganho), (Min & Hsu, 2000)
MIMO : (Edwards & Spurgeon, 1996, observador não-linear)

Objetivo :

- Desenvolver algoritmos de controle por modo deslizante e realimentação de saída para sistemas não-lineares multivariáveis com parâmetros e sinais incertos, particularmente sistemas lineares.
- Desempenho especificado por modelo de referência.
- Deve-se obter estabilidade global.

Neste trabalho :

- *UV-MRAC — Unit Vector Model-Reference Adaptive Controller*
 - Segue abordagem MRAC sem observadores explícitos
SISO : (Hsu & Costa, 1989; Hsu et al., 1994)
MIMO : (Tao & Ioannou, 1989; Chien et al., 1996)
 - Para sistemas não-lineares combina-se tratamento de perturbações não-lineares de (Min & Hsu, 2000) com UV-MRAC de (Hsu, Cunha, Costa & Lizarralde, 2002)
- *Observador de alto ganho + VSC*
 - Segue (Emelyanov, Korovin, Nersisian & Nisenzon, 1992b; Oh & Khalil, 1997) *mas se evita peaking*

Formulação do Problema

Planta

$$\begin{aligned}\dot{x}_p &= A_p x_p + \phi(x_p, t) + B_p u \\ y &= C_p x_p\end{aligned}$$

Sistema “quadrado”: $y, u \in \mathbb{R}^m$

Matriz de transferência do subsistema linear:

$$G(s) = C_p (sI - A_p)^{-1} B_p$$

Hipóteses sobre a planta:

(A1) $G(s)$ é de fase mínima (fundamental no MRAC)

(A2) $G(s)$ tem posto completo

(A3) Índice de observabilidade ν de $G(s)$ é conhecido

(A4) Matriz *interactor* de $G(s)$ é conhecida:

$$\xi(s) = s^{n^*},$$

n^* é o grau relativo uniforme

(A5) Se conhece uma matriz S_p de forma que $-K_p S_p$ seja Hurwitz

(A6) ϕ : contínua por partes em t e localmente Lipschitz em x_p

(A7) $\|\phi(x_p, t)\| \leq k_x \|x_p\| + \varphi(y, t),$ $k_x, \varphi \geq 0$ conhecidas

Comentário:

(A6)–(A7) \rightarrow não-linearidade em função do estado não medido

Modelo de referência

$$y_M = W_M(s) r ,$$

$$W_M(s) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{s + \gamma_1}, \dots, \frac{1}{s + \gamma_m} \right\} L^{-1}(s) ,$$

$$L(s) = L_1(s) \cdots L_N(s), \quad L_i(s) = (s + \alpha_i)I, \quad N := n^* - 1,$$

r é contínuo por partes e uniformemente limitado

Objetivo de controle

Erro de saída

$$e(t) := y(t) - y_M(t)$$

deve convergir assintoticamente para zero ou pequena vizinhança de zero

Controle Vetorial Unitário

$$u = -\rho(x, t) \frac{v(x)}{\|v(x)\|}$$

onde:

- x é o vetor de estado
- $v(x)$ é uma função vetorial de x
- Função de modulação $\rho(x, t) \geq 0$ é projetada para induzir modo deslizante em $v(x) = 0$
- $u = 0$ se $v(x) = 0$

Proposição 2.1: Considere o sistema MIMO

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= A_M e(t) + K[U + d_U(t)] \\ U &= -\rho(e, t) \frac{e}{\|e\|} \\ \rho(e, t) &\geq \delta + c_e \|e(t)\| + (1 + c_d) \|d_U(t)\|\end{aligned}$$

onde: $d_U(t)$ é limitado

$c_e, c_d \geq 0$ são constantes adequadas

$\delta \geq 0$ é uma constante arbitrária

Se $-K$ for Hurwitz, **então** o sistema é globalmente exponencialmente estável.

Se $\delta > 0$, **então** o modo deslizante em $e = 0$ começa em tempo finito.

Condição Hurwitz

- Condição Hurwitz sobre $K_p S_p$ é menos restritiva que:

(i) conhecimento de K_p , (ii) $K_p S_p > 0$, (iii) $K_p S_p = (K_p S_p)^T$

- $K > 0 \Rightarrow -K$ seja Hurwitz, porém a recíproca não é verdadeira

- Exemplo:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 2\alpha^2 \\ -2 & \alpha \end{bmatrix} \quad (\alpha \text{ é incerto})$$

$$-1 < \alpha < -0,25 \text{ ou } \alpha > 0 \Leftrightarrow -K \text{ é Hurwitz}$$

$$+0,525 < \alpha < +1,49 \Leftrightarrow K > 0$$

faixa estreita!

UVC × VSC

- Condição Hurwitz é necessária e suficiente para UVC (Baida, 1993)
- Para VSC baseado na função sinal não há condição geral sobre K , exceto para dimensão 2 (Hsu, Kaszkurewicz & Bhaya, 2000)

Aproximações por FOAFs

- **FOAF** — *First Order Approximation Filter* (Cunha, Costa & Hsu, 2003b)
- Aplicados na geração de funções de modulação
- FOAF: $\dot{\bar{y}}(t) = -\gamma\bar{y}(t) + c_1\|u(t)\|$
- Problema: projetar os parâmetros c_1 e γ para que

$$\bar{y}(t) \geq \|g(t) * u(t)\|, \quad \forall t \geq 0$$

desde que

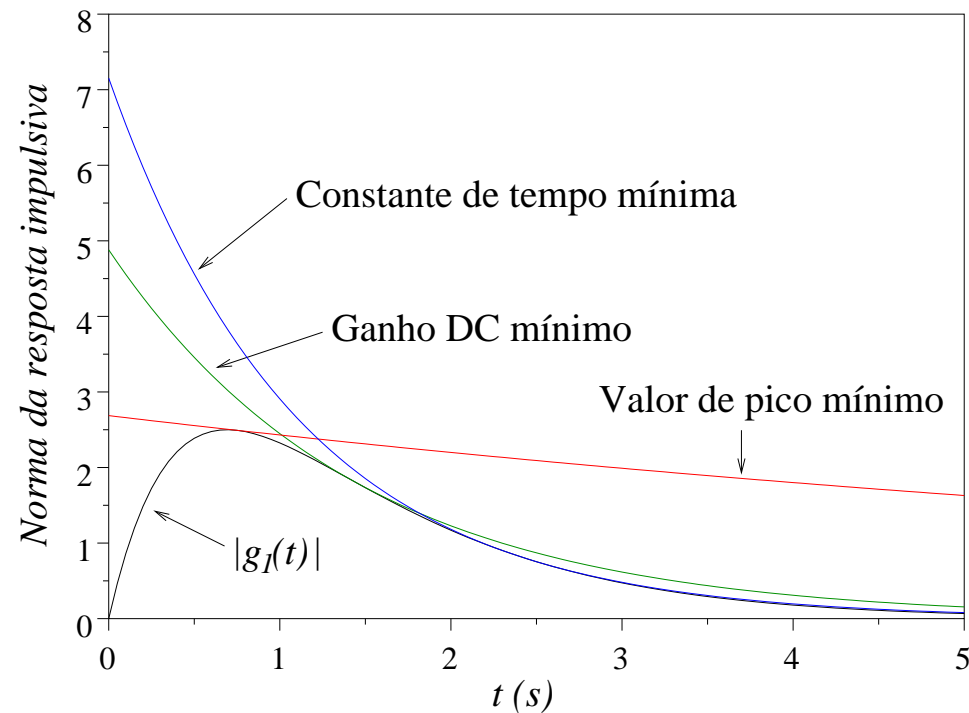
$$\bar{y}(0) \geq 0$$

Solução alternativa : observador

- FOAF é mais simples do que um observador
- FOAF não é baseado em modelo → natural para sistemas incertos
- Referência: (Edwards & Spurgeon, 1998)

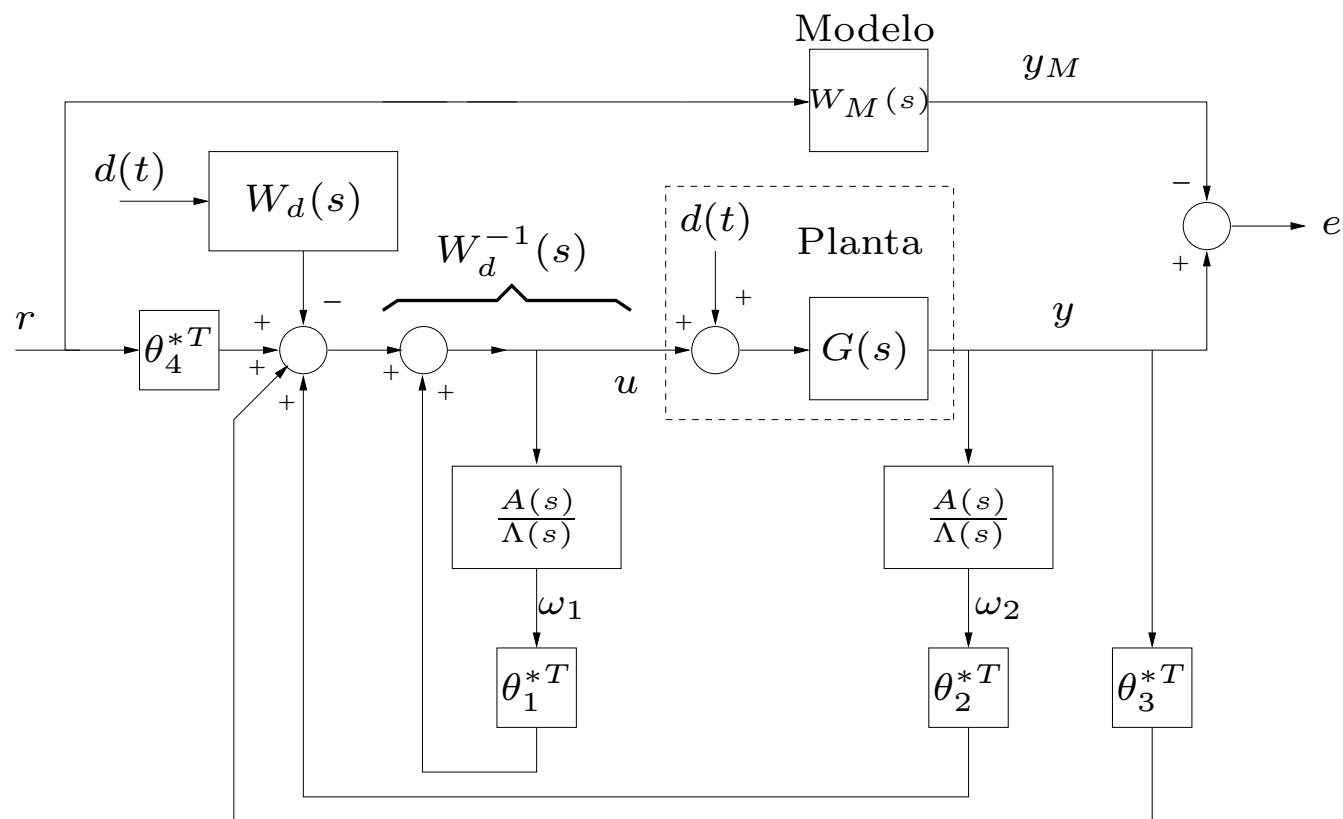
Exemplo de síntese ótima:

$$G_1(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$$



- Resultados bem melhores do que os da síntese por Lyapunov!

Parametrização MRAC — Planta Linear



Equação do erro:

$$e = W_M(s)K_p [u - \theta^{*T}\omega + W_d(s) * d(t)]$$

UV-MRAC para Plantas Lineares

Hipótese mais restritiva sobre a planta:

(A6.a) Perturbação $d(t)$ é contínua por partes e
 $\|d(t)\| \leq \bar{d}(t) \leq \bar{d}_{sup} < +\infty, \forall t \geq 0$

Hipótese sobre lei de controle para evitar escape em tempo finito:

(A8.a) $\exists K_\omega, K_{rd} > 0$ tais que $\|u_t\|_\infty \leq K_\omega \|\omega_t\|_\infty + K_{rd}$

$$n^* = 1$$

(Cunha, Hsu, Costa & Lizarralde, 2003c)

- Lei de controle:

$$u = u^{nom} - S_p \rho \frac{e}{\|e\|}, \quad u^{nom} = \theta^{nomT} \omega$$

- Função de modulação:

$$\rho \geq \delta + c_e \|e\| + (1 + c_d) \left\| S_p^{-1} \left[(\theta^{nom} - \theta^*)^T \omega + W_d(s) * d(t) \right] \right\|$$

Uma função de modulação:

$$\rho = \delta + c_1 \|\omega\| + c_2 \|e\| + c_3 \hat{d}(t),$$

$$\hat{d}(t) = \bar{d}(t) + \frac{c_4}{s + \gamma_d} * \bar{d}(t) \geq \left\| [I - \theta_1^{*T} A(s) \Lambda^{-1}(s)] * d(t) \right\|$$

Estabilidade

Teorema 5.1: O UV-MRAC para plantas com $n^* = 1$ é globalmente exponencialmente estável.

Se $\delta > 0$, então $e \rightarrow 0$ em tempo finito.

- Aplicado ao controle tolerante a falhas (Cunha, Costa & Hsu, 2003a)

Exemplo de projeto

- Planta:

$$G_{\alpha}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+0,6}{s^2-1} & \frac{-1,2}{s^2-1} \\ \frac{0,4}{s^2-1} & \frac{s+2,2}{s^2-1} \end{bmatrix} K_p$$

- Matriz de ganho de alta frequência:

$$K_p = \begin{bmatrix} 1 & 2\alpha^2 \\ -2 & \alpha \end{bmatrix}$$

- Parâmetro incerto:

$$0,3 \leq \alpha \leq 4$$

- Perturbação:

$$\|d(t)\| \leq 5, \quad \forall t \geq 0$$

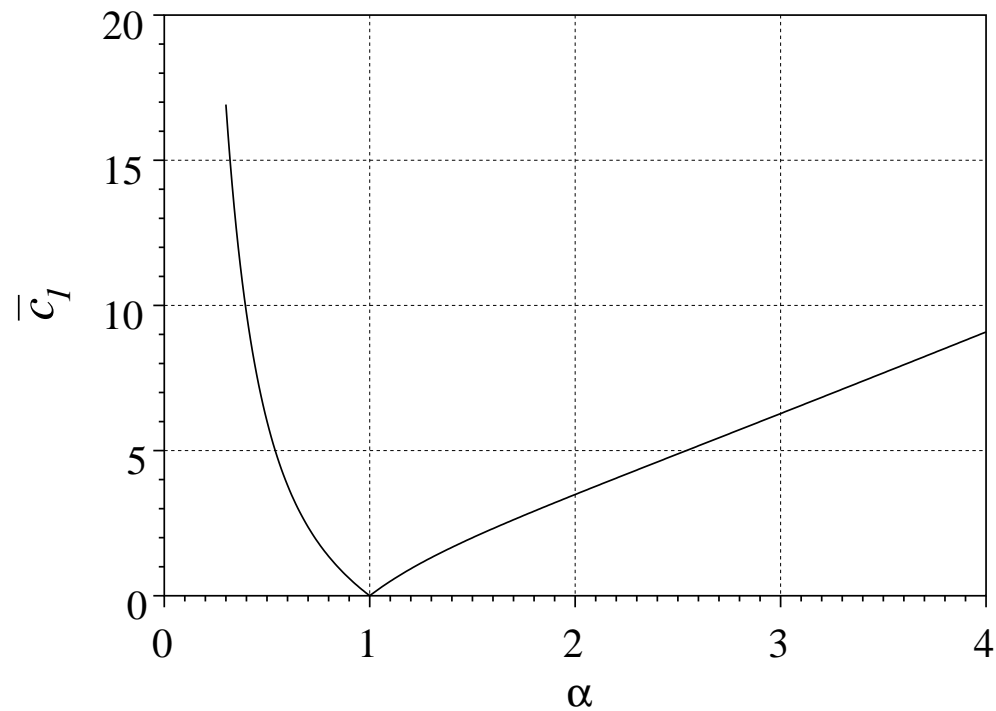
- Modelo de referência:

$$W_M(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$$

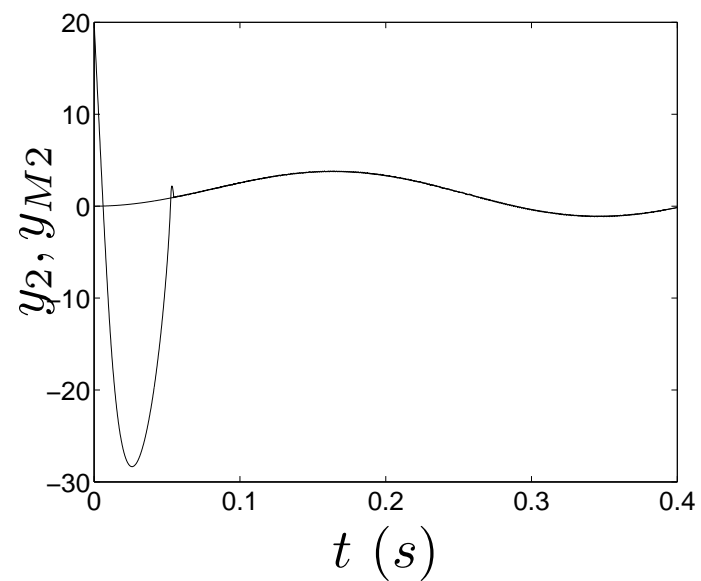
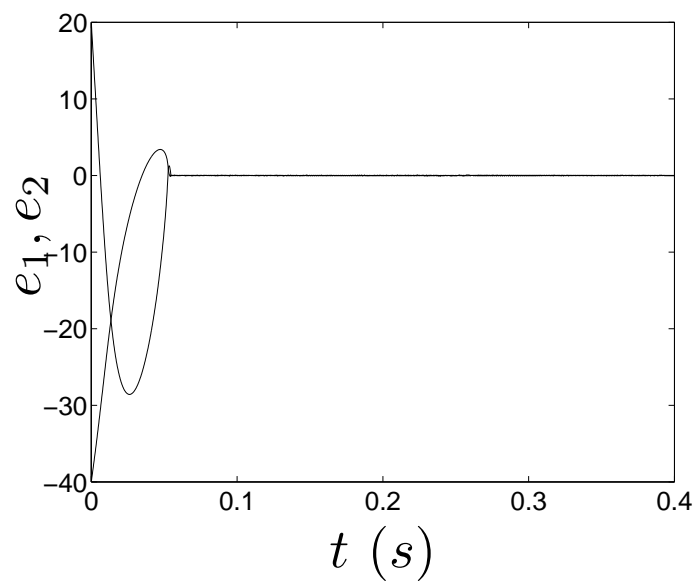
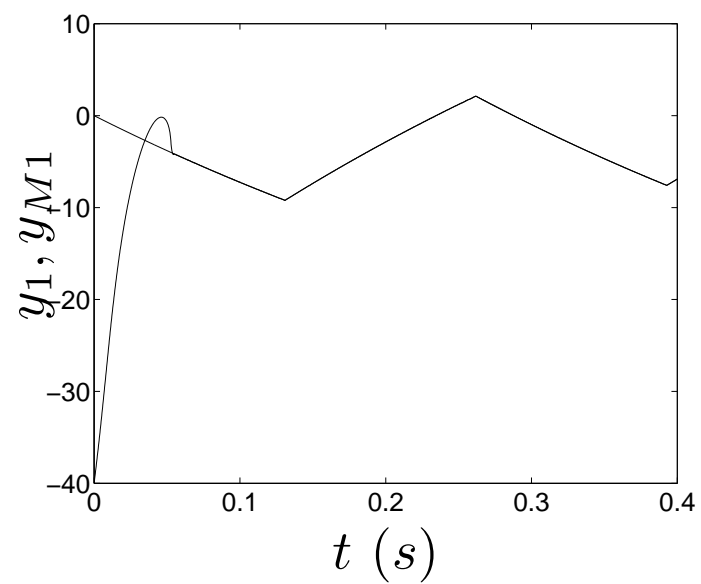
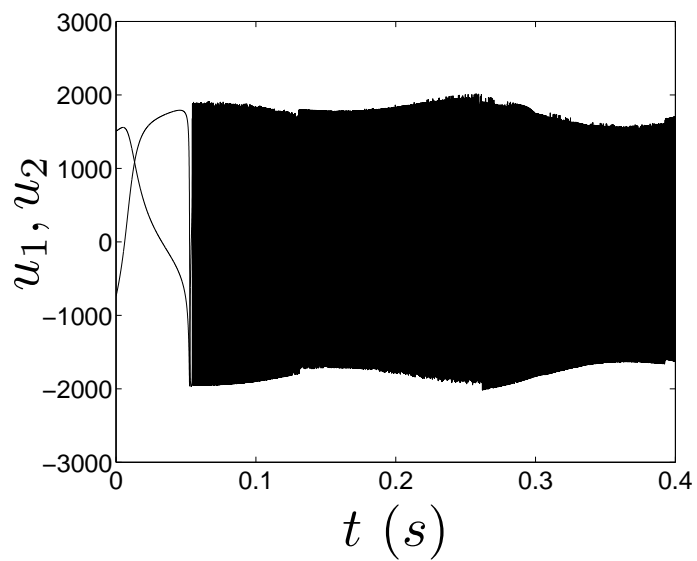
Projeto

- $S_p = I$ resulta em $-K_p S_p$ Hurwitz se e somente se $-1 < \alpha < -0,25$ ou $\alpha > 0$
- Filtros de estado com $\lambda(s) = s + 1$
- θ^{nom} computado para $\alpha^{nom} = 1$
- Modelo com pólos iguais possibilita $c_2 = 0$
- Convergência em tempo finito $\delta = 0,1$

- Escolha de c_1



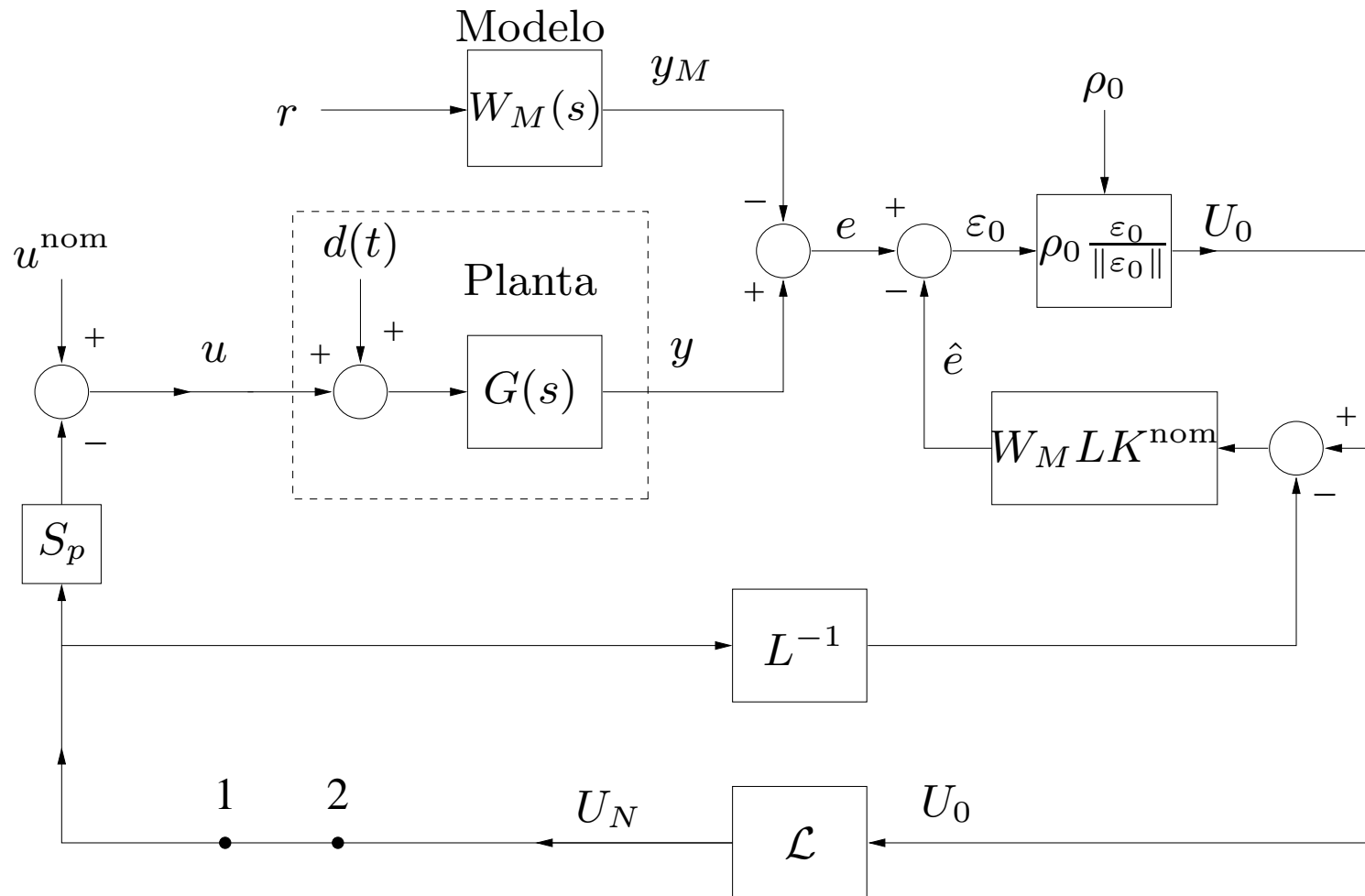
- $c_1 = 17$ satisfaz $\forall \alpha \in [0, 3; 4]$
- Termos para cancelamento de $d(t)$ computados analogamente.



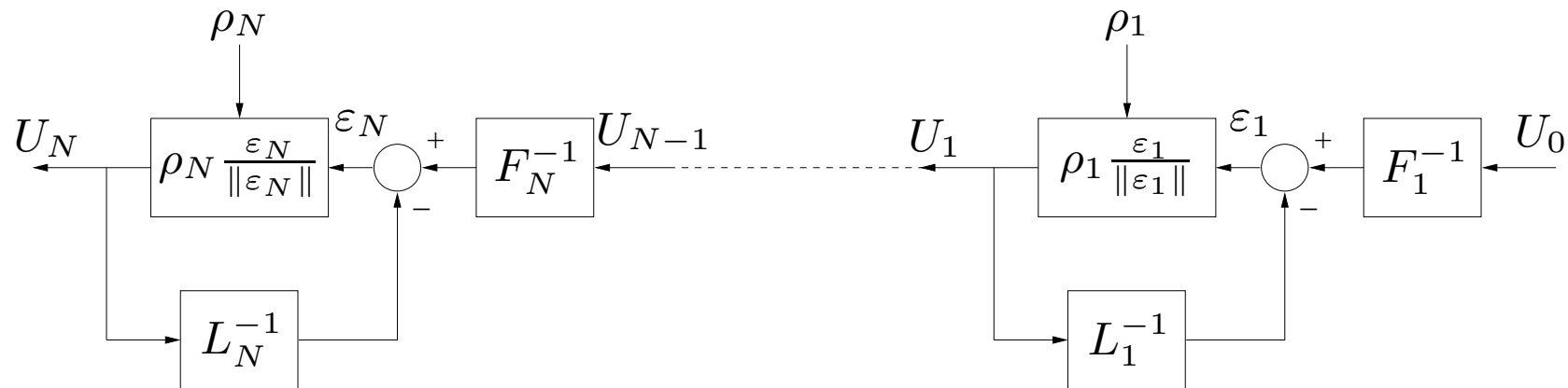
$$n^* > 1$$

(Hsu et al., 2002)

- Estrutura \rightarrow similar ao SISO VS-MRAC (Hsu et al., 1994)



- Filtro de avanço de fase (operador \mathcal{L})



- Idéia chave \rightarrow erro de predição:

$$\hat{e} = W_M(s)L(s)K^{nom} (U_0 - L^{-1}(s)U_N)$$

- Filtros de média $F_i^{-1}(\tau_i s)$ (passa-baixas):

$$(U_{i-1})_{eq} \approx F_i^{-1}(\tau_i s) U_{i-1}$$

Estabilidade

Teorema 6.2: Para $n^* > 1$,

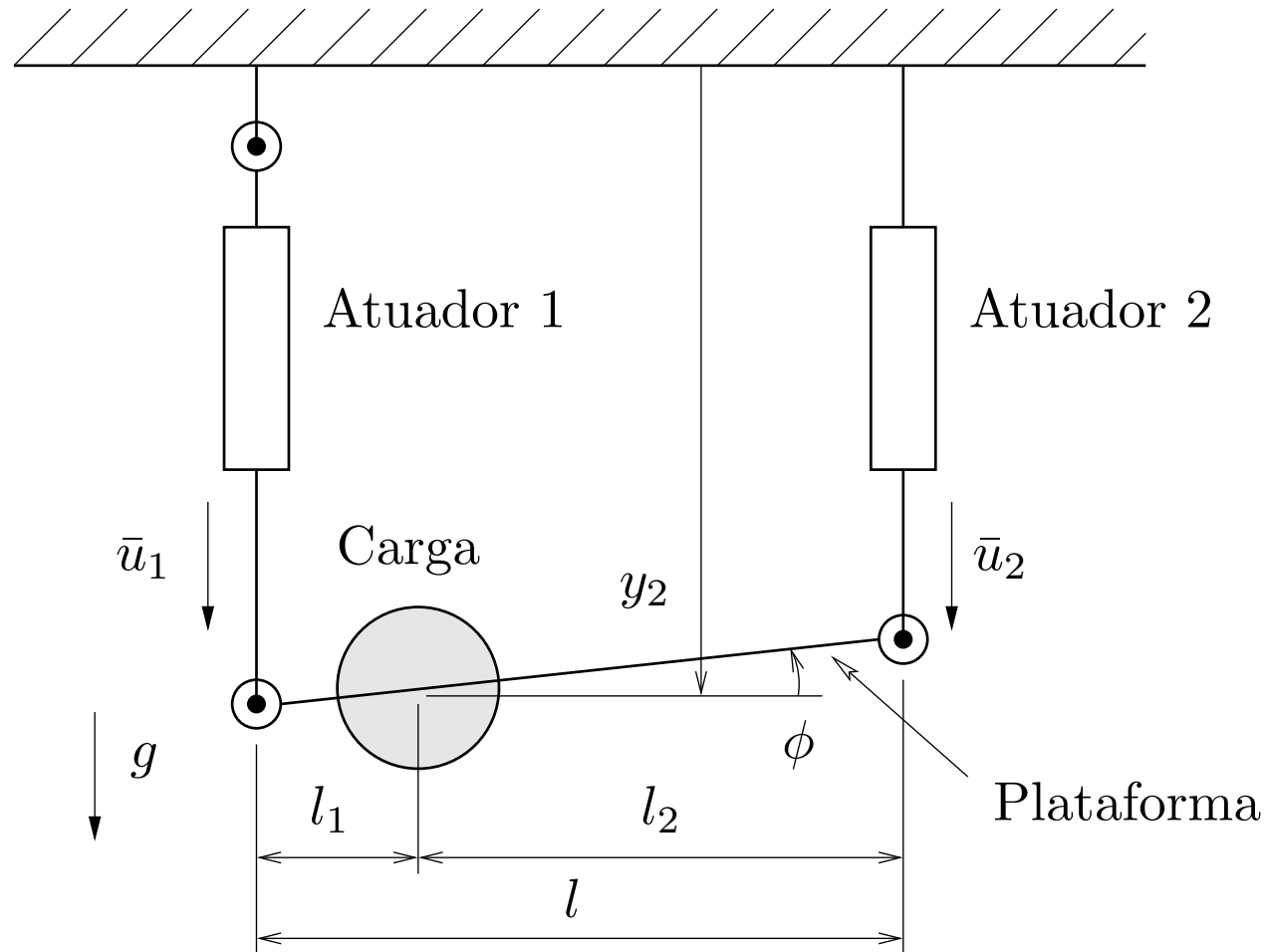
se

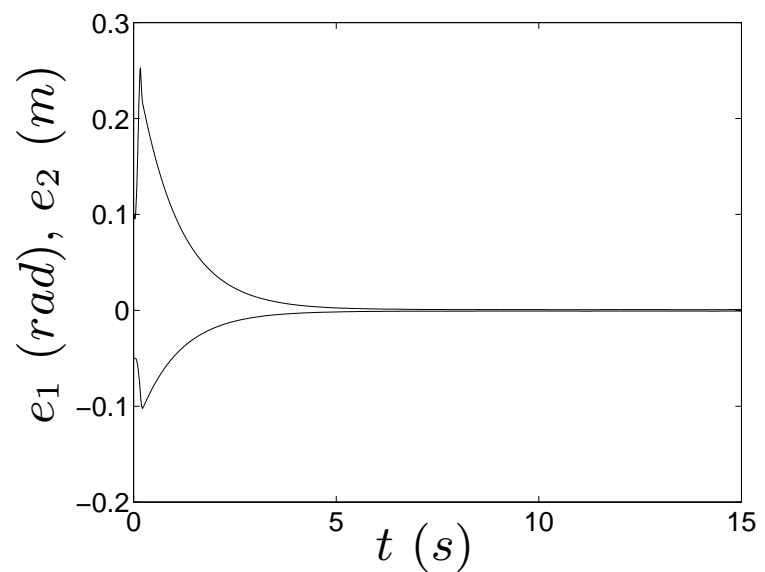
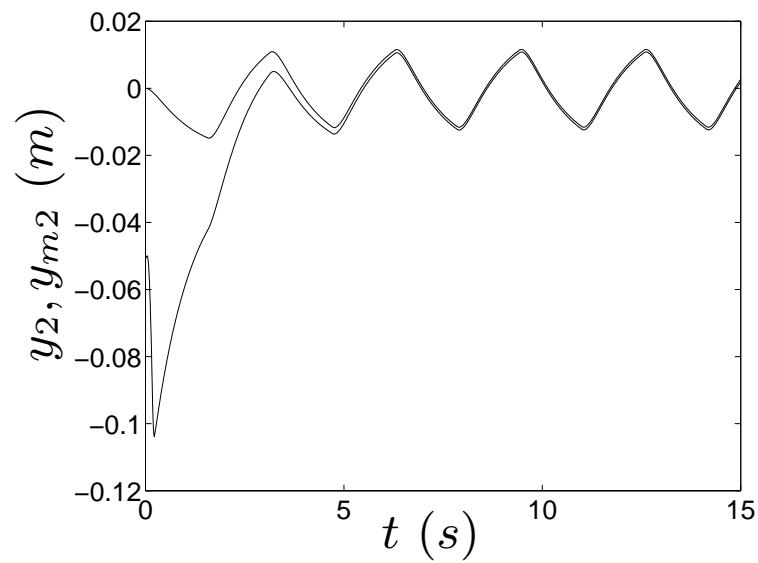
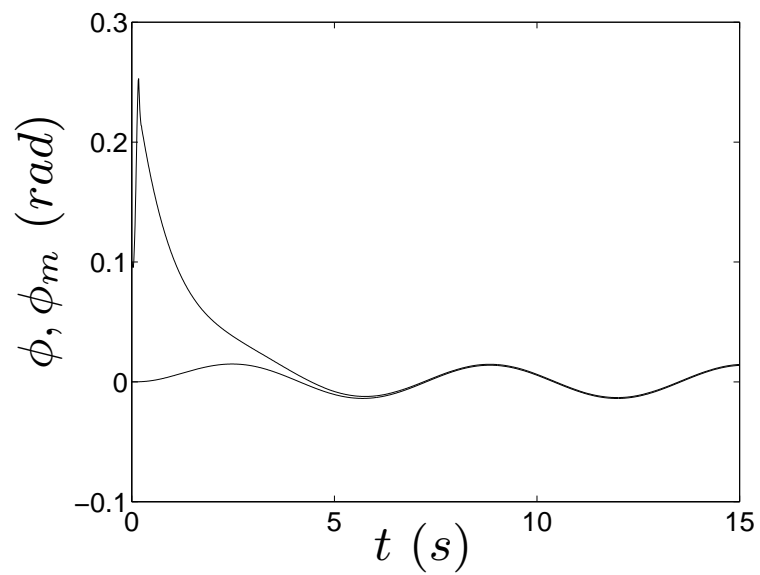
$-K^{\text{nom}}$ e $-(K^{\text{nom}})^{-1}K$ forem Hurwitz e as funções de modulação forem “suficientemente grandes”,

então

para $\tau > 0$ suficientemente pequeno, o sistema das equações dos erros será globalmente exponencialmente estável em relação a um conjunto residual de ordem τ .

Aplicação: Sistema de Suspensão





UV-MRAC para Plantas Não-Lineares

Equação do erro

$X := [x_p^T \ \omega_1^T \ \omega_2^T]^T$ e $\{A_c, B_c, C_o\}$ realização de $W_M(s)$

Planta e filtros:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= A_c X + B_c K_p [u - \theta^{*T} \omega] + B_\phi \phi \\ y &= C_o X\end{aligned}$$

Equação do erro:

$$\begin{aligned}\dot{X}_e &= A_c X_e + B_c K_p [u - \bar{u}] \\ e &= C_o X_e\end{aligned}$$

onde

$$\bar{u} = \theta^{*T} \omega + \theta_4^{*T} r - W_\phi(s) * \phi$$

$$W_\phi(s) = K_p^{-1} [W_M(s)]^{-1} C_o (sI - A_c)^{-1} B_\phi \quad \text{é estável}$$

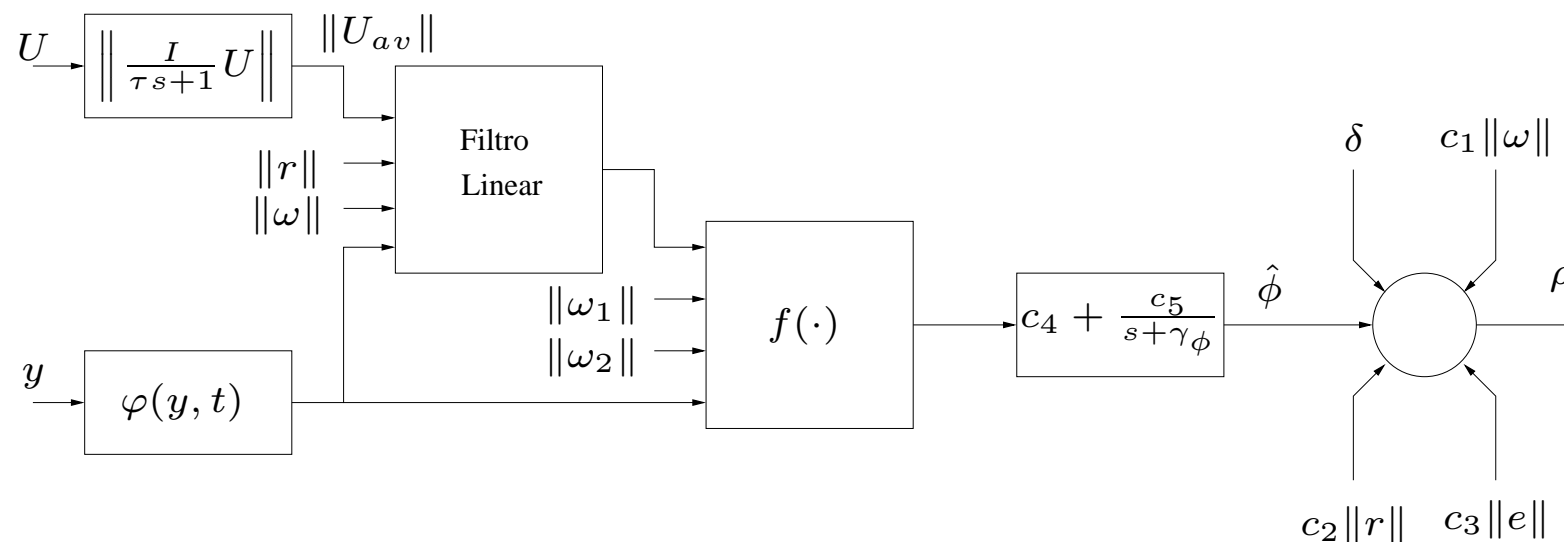
$$n^* = 1$$

(Hsu, Costa & Cunha, 2003)

- Aproveita-se que $W_\phi(s)$ é própria para $n^* = 1$

- Lei de controle:
$$u = u^{nom} + S_p U, \quad U = -\rho \frac{e}{\|e\|}$$

- Função de modulação:



- Controle médio:

$$U_{av} = \frac{I}{\tau s + 1} U$$

(não é aproximação)

- É necessário que

$$\gamma_x := \gamma - c_\phi k_x > 0$$

onde

$$(c_\phi, \gamma)$$

é um FOAF para

$$(sI - A_c)^{-1} B_\phi$$

- Para mais incerteza

$$k_x > 0$$

ganho DC mínimo

$$c_\phi / \gamma$$

Estabilidade

Teorema 7.1: O UV-MRAC para plantas não-lineares com $n^* = 1$ é globalmente exponencialmente estável.

Se $\delta > 0$, então $e \rightarrow 0$ em tempo finito.

- Aplicado ao controle tolerante a falhas (Hsu et al., 2003)

$$n^* > 1$$

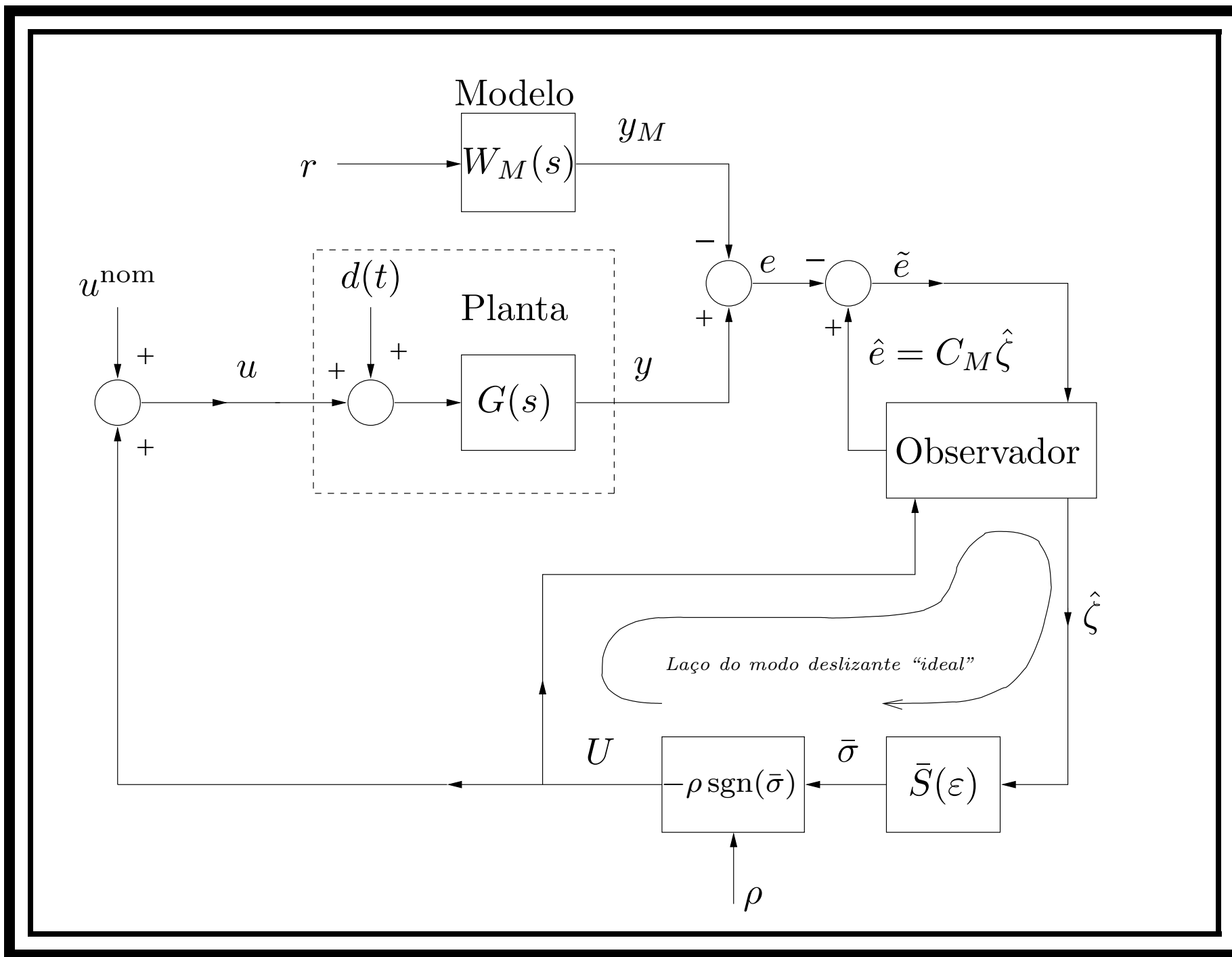
- Conjugua: UV-MRAC para $n^* > 1$ + tratamento da não-linearidade de (Min & Hsu, 2000; Hsu et al., 2003)
- **Dificuldade:** $W_\phi(s)$ imprópria para $n^* > 1$
- Isto impõe mais restrições sobre a planta
- Desenvolveu-se majorante da perturbação para $n^* = 2$
- Presume-se que estabilidade será *semi-global* (Min, 2001)

VSC Baseado em Observador

- Observador + VSC (Bondarev, Bondarev, Kostyleva & Utkin, 1985)
- Observador de alto ganho (HGO) robusto a incertezas
- HGO + VSC (Esfandiari & Khalil, 1992; Emelyanov et al., 1992*b*)
- **Problema do HGO: *Peaking*** (Sussmann & Kokotović, 1991)
- **Soluções:**
 - Saturação do controle (Oh & Khalil, 1995; Oh & Khalil, 1997) resulta em estabilidade semi-global
 - HGO com ganho variante no tempo (Chitour, 2002)
 - Computação de ganho não muito alto (Lu & Spurgeon, 1998)

VSC + HGO proposto

- LTI SISO $n^* = 1$ sem observador (Hsu & Costa, 1989)
- LTI SISO $n^* > 1$ com HGO para gerar superfície de deslizamento
- Evita-se *peaking* pelo uso de
 - HGO com variáveis escalonadas
 - Função de modulação gerada por filtros de estado
- HGO estima estado da equação do erro (Oh & Khalil, 1997)



Estabilidade

Teorema 9.4: Para $n^* > 1$,

se

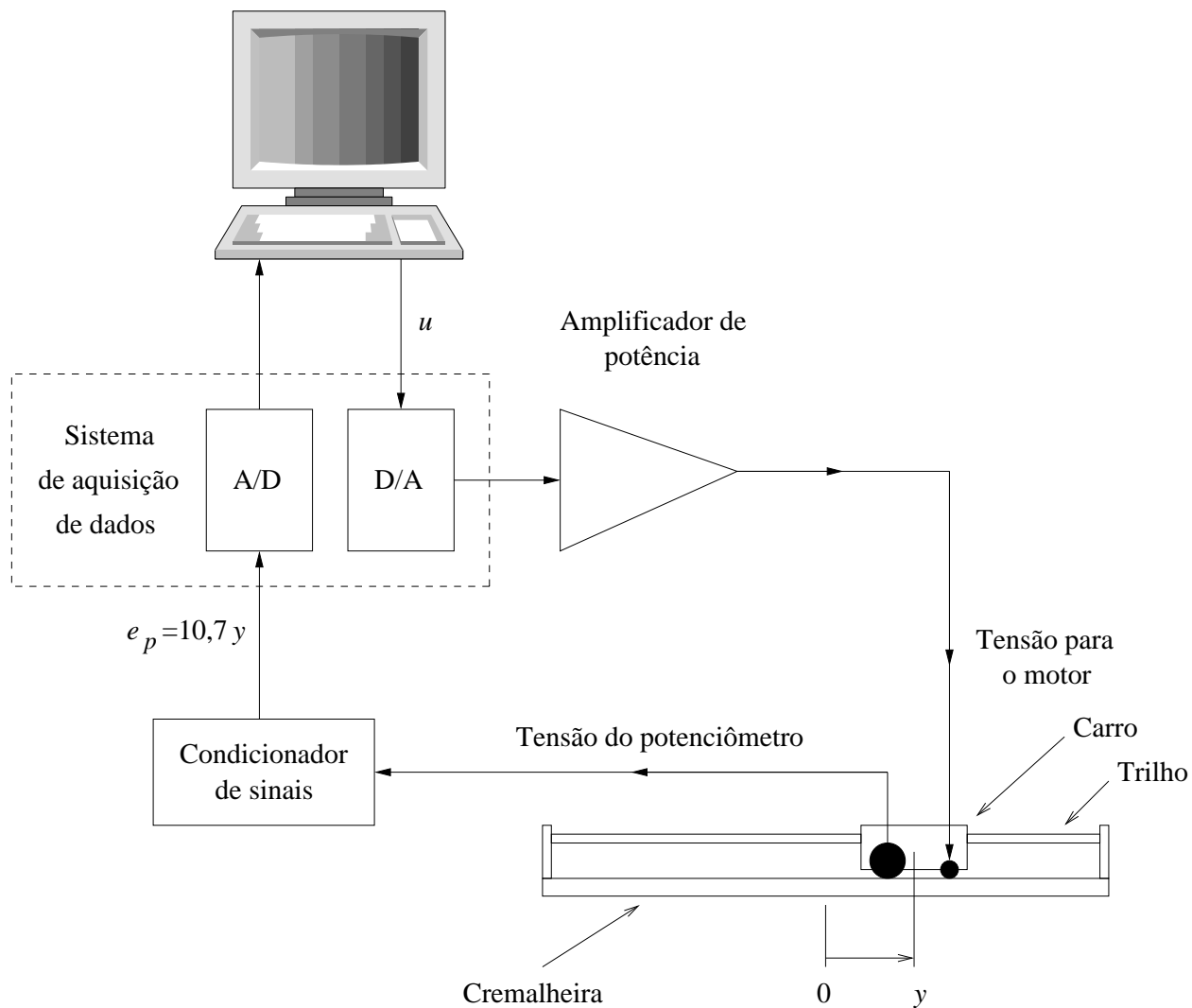
as hipóteses forem satisfeitas e as funções de modulação forem “suficientemente grandes”,

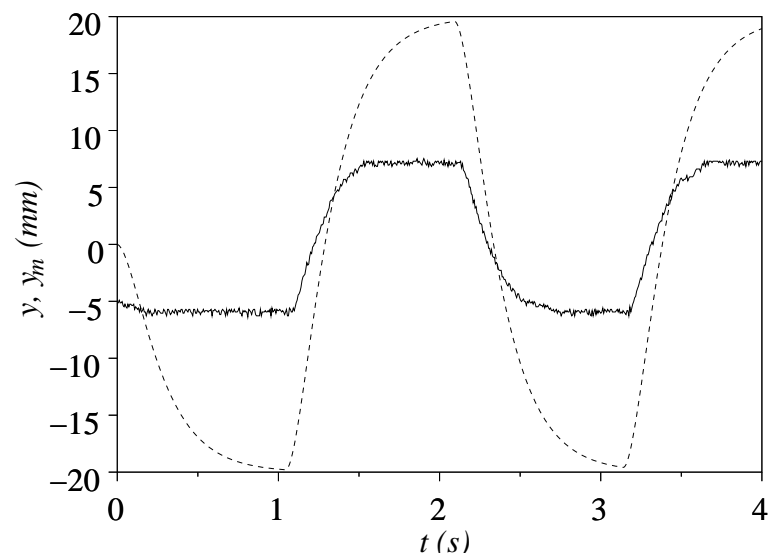
então

para $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeno, o sistema das equações dos erros será globalmente estável em relação a um conjunto residual de ordem ε , i.e., existem $k_z, \lambda_z > 0$ e $k_X(\varepsilon)$ da classe \mathcal{K} tais que

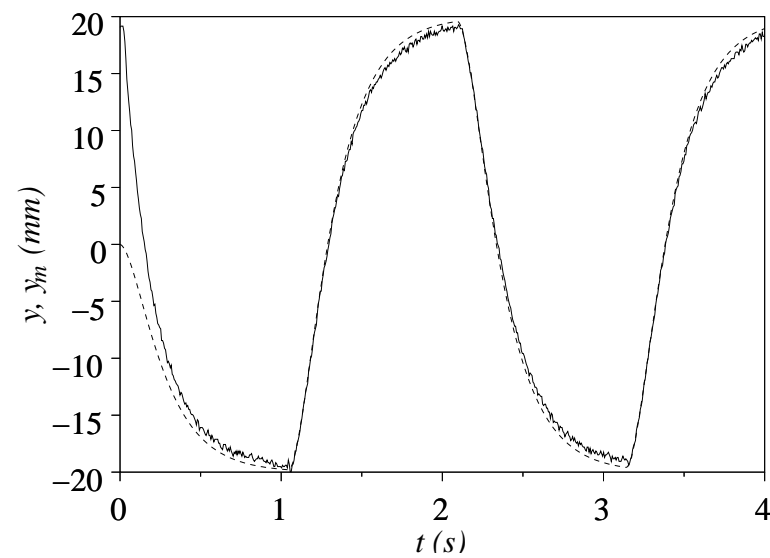
$$|e(t)| \text{ e } \|\bar{z}(t)\| \leq [k_z \|\bar{z}(0)\| + k_X(\varepsilon)] \exp(-\lambda_z t) + O(\varepsilon), \quad \forall t \geq 0$$

Experimentos





Linear



HGO + VSC

Conclusão

- **UV-MRAC** desenvolvido para sistemas MIMO com n^* arbitrário
- Baseado em MRAC por realimentação de saída + UVC
- **Características:**
 1. Globalmente exponencialmente estável. Estabilidade semi-global para sistemas não-lineares com $n^* > 1$.
 2. $e \rightarrow 0$ exponencialmente ou em tempo finito ($n^* = 1$) ou erro tende a conjunto residual exponencialmente ($n^* > 1$).
 3. Classes de incertezas paramétricas mais amplas que outras abordagens. Condição Hurwitz sobre $K_p S_p$ é relevante.
 4. Livre do *peaking* que pode ocorrer em HGOs.
 5. Não usa observadores.
- **HGO + VSC sem *peaking* globalmente estável** para SISO LTI.

Continuações Naturais

1. UV-MRAC para classes mais amplas de sistemas não-lineares.
2. Estender aplicação do HGO a sistemas MIMO. Talvez reduza exigências sobre matriz *interactor*.
3. Desenvolver funções de modulação “menores” → substituir normas matriciais e vetoriais por sinais gerados elemento a elemento.
4. Desenvolver a otimização de FOAFs e das funções de modulação para sistemas incertos.
5. Avaliar e reduzir efeitos do ruído de medição nos controladores propostos.

Referências

- Baida, S. V. (1993), 'Unit sliding mode control in continuous- and discrete-time systems', *Int. J. Contr.* **57**(5), 1125–1132.
- Bondarev, A. G., Bondarev, S. A., Kostyleva, N. E. & Utkin, V. I. (1985), 'Sliding modes in systems with asymptotic state observers', *Autom. Remote Control* **46**(6), 679–684. Pt. 1.
- Chien, C.-J., Sun, K.-C., Wu, A.-C. & Fu, L.-C. (1996), 'A robust MRAC using variable structure design for multivariable plants', *Automatica* **32**(6), 833–848.
- Chitour, Y. (2002), 'Time-varying high-gain observers for numerical differentiation', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **47**(9), 1565–1569.
- Cunha, J. P. V. S., Costa, R. R. & Hsu, L. (2003a), Cooperative actuators for fault tolerant model-reference sliding mode control, in 'IEEE Int. Symp. Ind. Electron.', Rio de Janeiro.
- Cunha, J. P. V. S., Costa, R. R. & Hsu, L. (2003b), Design of first order approximation filters applied to sliding mode control, in 'Proc. IEEE Conf. on Decision and Control', Maui, Hawaii, pp. 3531–3536.
- Cunha, J. P. V. S., Hsu, L., Costa, R. R. & Lizarralde, F. (2003c), 'Output-feedback model-reference sliding mode control of uncertain multivariable systems', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **48**(12), 2245–2250.
- Edwards, C. & Spurgeon, S. K. (1996), 'Robust output tracking using a sliding-mode controller/observer scheme', *Int. J. Contr.* **64**(5), 967–983.
- Edwards, C. & Spurgeon, S. K. (1998), *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Taylor & Francis Ltd.
- Emelyanov, S. V., Korovin, S. K., Nersisian, A. L. & Nisenzon, Y. Y. (1992a), 'Discontinuous output feedback stabilizing an uncertain MIMO plant', *Int. J. Contr.* **55**(1), 83–107.
- Emelyanov, S. V., Korovin, S. K., Nersisian, A. L. & Nisenzon, Y. Y. (1992b), 'Output feedback stabilization of uncertain plants: a variable structure systems approach', *Int. J. Contr.* **55**(1), 61–81.
- Esfandiari, F. & Khalil, H. K. (1992), 'Output feedback stabilization of fully linearizable systems', *Int. J. Contr.* **56**, 1007–1037.
- Hsu, L. & Costa, R. R. (1989), 'Variable structure model reference adaptive control using only input and output measurement: Part I', *Int. J. Contr.* **49**(2), 399–416.

- Hsu, L., Araújo, A. D. & Costa, R. R. (1994), 'Analysis and design of I/O based variable structure adaptive control', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **39**(1), 4–21.
- Hsu, L., Costa, R. R. & Cunha, J. P. V. S. (2003), 'Model-reference output-feedback sliding mode controller for a class of multivariable nonlinear systems', *Asian Journal of Control* **5**(4), 543–556.
- Hsu, L., Cunha, J. P. V. S., Costa, R. R. & Lizarralde, F. (2002), Multivariable output-feedback sliding mode control, in X. Yu & J.-X. Xu, eds, 'Variable Structure Systems: Towards the 21st Century', Springer-Verlag, pp. 283–313.
- Hsu, L., Kaszkurewicz, E. & Bhaya, A. (2000), 'Matrix-theoretic conditions for the realizability of sliding manifolds', *Systems & Contr. Letters* **40**, 145–152.
- Lu, X.-Y. & Spurgeon, S. K. (1998), 'Output feedback stabilization of SISO nonlinear systems via dynamic sliding modes', *Int. J. Contr.* **70**(5), 735–759.
- Min, L. J. (2001), Controlador Deslizante para Sistema Não-Linear Incerto Usando Realimentação de Saída, PhD thesis, Programa de Engenharia Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Min, L. J. & Hsu, L. (2000), Sliding controller for output feedback of uncertain nonlinear systems: global and semi-global results, in 'Proc. 6th IEEE Int. Workshop on Variable Structure Sys.', Gold Coast, Australia, pp. 169–178.
- Oh, S. & Khalil, H. K. (1995), 'Output feedback stabilization using variable structure control', *Int. J. Contr.* **62**(4), 831–848.
- Oh, S. & Khalil, H. K. (1997), 'Nonlinear output-feedback tracking using high-gain observer and variable structure control', *Automatica* **33**(10), 1845–1856.
- Sussmann, H. J. & Kokotović, P. V. (1991), 'The peaking phenomenon and the global stabilization of nonlinear systems', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **36**(4), 424–440.
- Tao, G. & Ioannou, P. A. (1989), A MRAC for multivariable plants with zero residual tracking error, in 'Proc. IEEE Conf. on Decision and Control', Tampa, USA, pp. 1597–1600.
- Walcott, B. L. & Žak, S. (1988), 'Combined observer-controller synthesis for uncertain dynamical systems with applications', *IEEE Trans. Syst. Man and Cyber.* **18**(1), 88–104.